

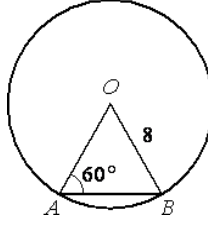
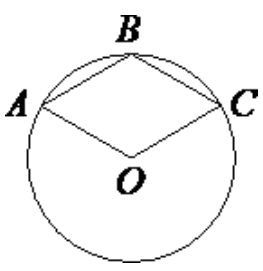
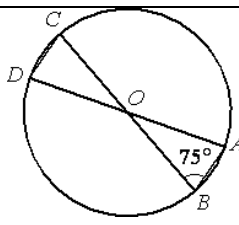
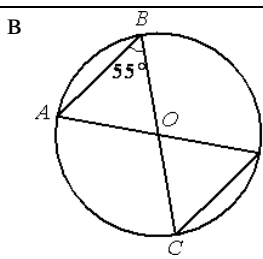
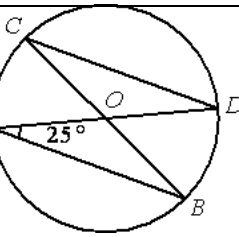
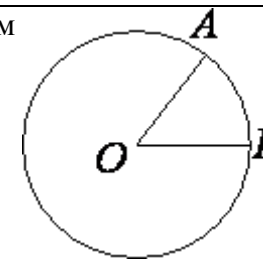
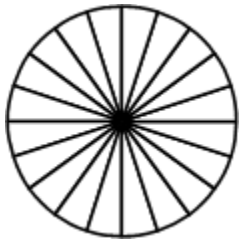
**Сборник задач по геометрии для подготовки к ОГЭ
(задания открытого банка, фипи)**

Оглавление

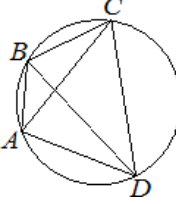
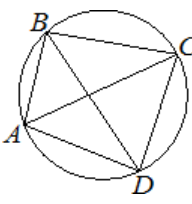
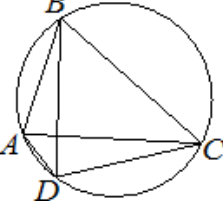
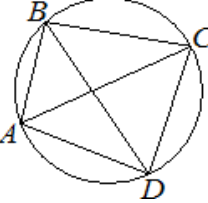
Часть 1.....	3
Окружность.....	3
Вписанный и описанный многоугольник	4
Центральный и вписанный угол.....	5
Касательная к окружности	7
Площадь	8
Площадь параллелограмма.....	9
Площадь трапеции.....	9
Параллелограмм	10
Прямоугольник	11
Трапеция	11
Треугольник.....	12
Правильный многоугольник.....	15
Утверждения	15
Часть 2.....	22
Окружность.....	22
Окружность и треугольник.....	23
Окружность и четырехугольник	25
Трапеция	26
Треугольник.....	28
Параллелограмм	31

Часть 1

Окружность

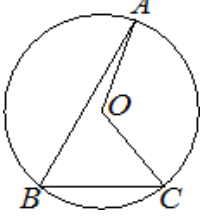
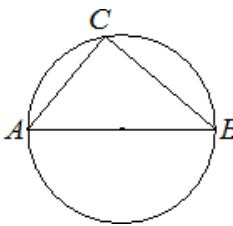
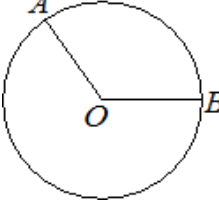
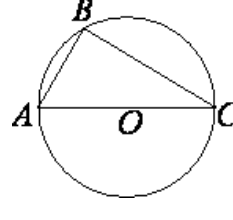
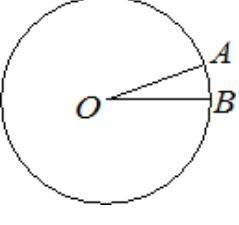
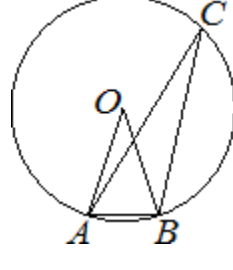
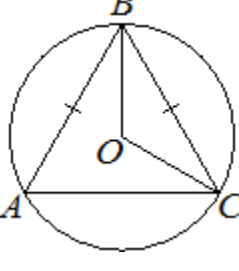
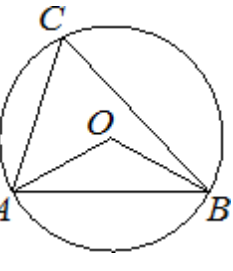
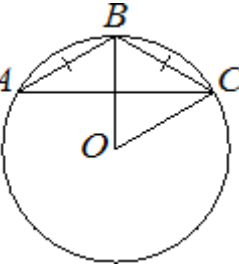
<p>1) Центральный угол AOB опирается на хорду AB так, что угол OAB равен 60°. Найдите длину хорды AB, если радиус окружности равен 8.</p>		<p>2) Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A, B и C таким образом, что $OABC$ — ромб. Найдите угол OCB. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>3) В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC, угол ABO равен 75°. Найдите величину угла ODC.</p>		<p>4) В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC, угол ABO равен 55°. Найдите величину угла ODC.</p>	
<p>5) В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC, угол OAB равен 25°. Найдите величину угла OCD.</p>		<p>6) На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 12^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 96. Найдите длину большей дуги.</p>	
<p>7) Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD, если $AB = 20$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 24 и 10.</p>	<p>8) Какой угол (в градусах) описывает часовая стрелка за 2 часа 4 минуты?</p>		
<p>9) Какой угол (в градусах) описывает часовая стрелка за 1 час 44 минуты?</p>	<p>10) На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая поворачивается на 21°?</p>		
<p>11) Колесо имеет 20 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>12) Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 8°?</p>	

Вписанный и описанный многоугольник

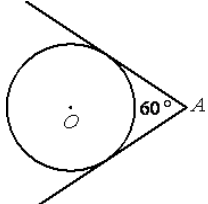
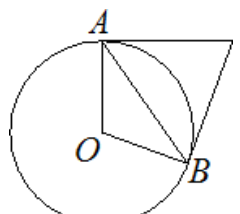
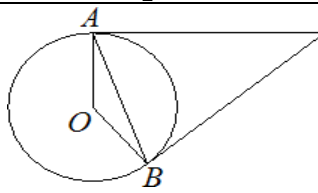
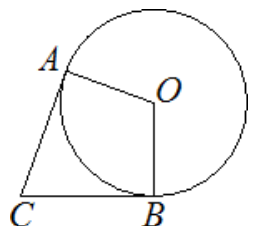
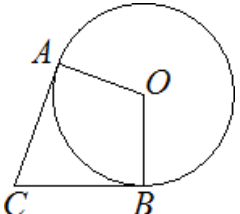
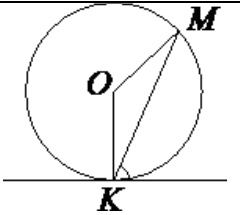
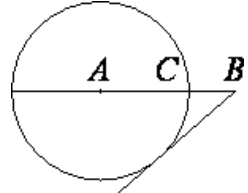
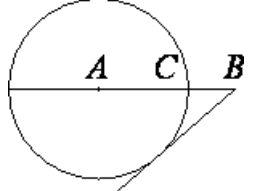
<p>13) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 138°, угол CAD равен 83°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>14) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39°, угол CAD равен 55°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>15) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70°, угол CAD равен 49°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>16) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 92°, угол CAD равен 60°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>17) В треугольнике ABC известно, что $AC=12$, $BC=5$, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.</p>	<p>18) В треугольнике ABC известно, что $AC=20$, $BC=21$, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.</p>
<p>19) Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.</p>	<p>20) Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 79.</p>
<p>21) Около трапеции, один из углов которой равен 49°, описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.</p>	<p>22) В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 24, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.</p>
<p>23) В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 20, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.</p>	<p>24) Около трапеции, один из углов которой равен 34°, описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.</p>
<p>25) Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:4:11. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 14.</p>	<p>26) Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:7:8. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 20.</p>
<p>27) В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 6.</p>	

Центральный и вписанный угол

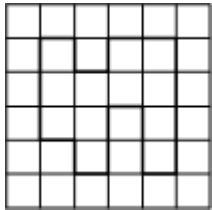
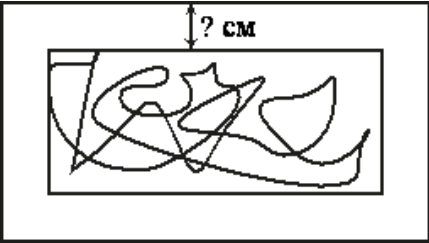
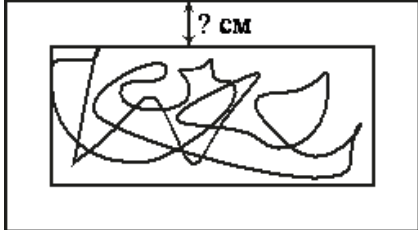
<p>28) Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 84^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).</p>		<p>29) В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 148°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>30) Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 130^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).</p>		<p>31) В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 114°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>32) Точка O — центр окружности, $\angle BOC = 160^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла BAC (в градусах).</p>		<p>33) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 9°. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>34) Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 72^\circ$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).</p>		<p>35) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 44°. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>36) На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>37) Центральный угол AOB, равный 60°, опирается на хорду AB длиной 4. Найдите радиус окружности.</p>	
<p>38) Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 43^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>39) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 8,5. Найдите BC, если $AC = 8$.</p>	

<p>40) Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 61^\circ$ и $\angle OAB = 8^\circ$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>41) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 14,5. Найдите AC, если $BC = 21$.</p>	
<p>42) На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 122^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 61. Найдите длину большей дуги AB.</p>		<p>43) Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 81^\circ$. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>44) На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 18^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 5. Найдите длину большей дуги AB.</p>		<p>45) Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 27°.</p>	
<p>46) Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 57^\circ$. Найдите угол BOC. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>47) Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 113°. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>48) Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 123^\circ$. Найдите угол BOC. Ответ дайте в градусах.</p>			

Касательная к окружности

<p>49) Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 6.</p>	
<p>50) Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 72°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>51) Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 38°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>52) В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O — центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>53) В угол C величиной 79° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B, точка O — центр окружности. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>54) Прямая касается окружности в точке K. Точка O — центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 84°. Найдите величину угла OMK. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>55) На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=75$ и $BC=10$. Построена окружность с центром A, проходящая через C. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.</p>	
<p>56) На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC=80$ и $BC=2$. Построена окружность с центром A, проходящая через C. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.</p>	

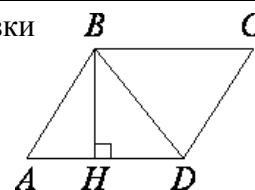
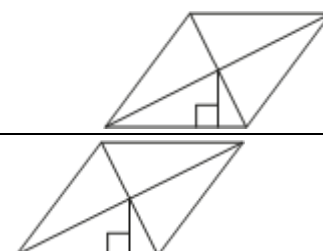
Площадь

<p>57) В прямоугольнике одна сторона равна 72, а диагональ равна 78. Найдите площадь прямоугольника.</p>	
<p>58) Периметр квадрата равен 84. Найдите площадь этого квадрата.</p>	
<p>59) Периметр квадрата равен 164. Найдите площадь квадрата.</p>	
<p>60) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.</p>	
<p>61) Площадь прямоугольного земельного участка равна 18 га, ширина участка равна 240 м. Найдите длину этого участка в метрах.</p>	
<p>62) Две трубы, диаметры которых равны 7 см и 24 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.</p>	
<p>63) Две трубы, диаметры которых равны 36 см и 48 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.</p>	
<p>64) Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 2,6 м и 3,6 м?</p>	
<p>65) Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3,4 м и 4,6 м?</p>	
<p>66) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 3 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 30 см. Сколько потребуется таких дощечек?</p>	
<p>67) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 5 м и 8 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 40 см. Сколько потребуется таких дощечек?</p>	
<p>68) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 25 см. Сколько потребуется таких дощечек?</p>	
<p>69) Площадь прямоугольного земельного участка равна 20 га, ширина участка равна 250 м. Найдите длину этого участка в метрах.</p>	
<p>70) Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 10 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 20 см. Сколько потребуется таких дощечек?</p>	
<p>71) Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 20 см и 23 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1258 см^2. Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.</p>	
<p>72) Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 23 см и 39 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1161 см^2. Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.</p>	

73) Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $30 \times 50 \times 90$ (см) можно поместить в кузов машины размером $2,4 \times 3 \times 2,7$ (м)?
74) Сколько досок длиной 2 м, шириной 10 см и толщиной 20 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $40 \text{ см} \times 60 \text{ см}$?
75) Сколько досок длиной 3 м, шириной 10 см и толщиной 25 мм выйдет из бруса длиной 90 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $30 \text{ см} \times 70 \text{ см}$?
76) Сколько досок длиной 4 м, шириной 20 см и толщиной 30 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером $30 \text{ см} \times 40 \text{ см}$?
77) Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $30 \times 60 \times 90$ (см) можно поместить в кузов машины размером $2,7 \times 6 \times 3,6$ (м)?

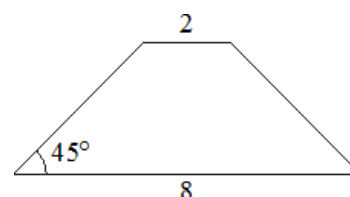
Площадь параллелограмма

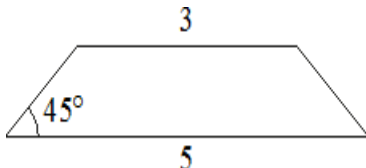
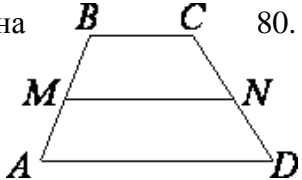
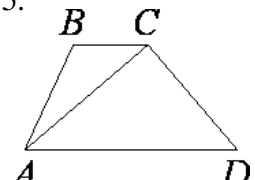
78) Сторона ромба равна 19, а расстояние от центра ромба до неё равно 4. Найдите площадь ромба.
79) Сторона ромба равна 29, а диагональ равна 42. Найдите площадь ромба.
80) Сторона ромба равна 39, а диагональ равна 30. Найдите площадь ромба.
81) Периметр ромба равен 116, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.
82) Площадь ромба равна 8, а периметр равен 32. Найдите высоту ромба.
83) Периметр ромба равен 72, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.
84) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 6.
85) Сторона ромба равна 10, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.
86) Сторона ромба равна 12, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.
87) Площадь ромба равна 63, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.
88) Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH=1$ и $HD=63$. Диагональ параллелограмма BD равна 65. Найдите площадь параллелограмма.



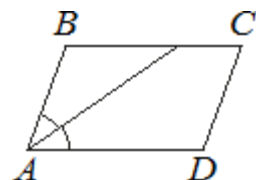
Площадь трапеции

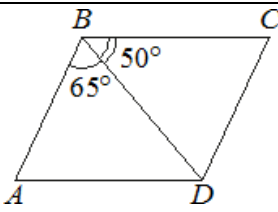
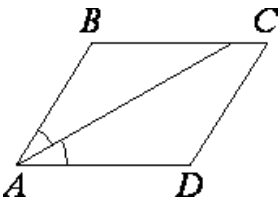
111) В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



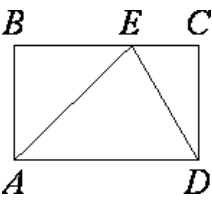
<p>112) В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45°. Найдите площадь этой трапеции.</p>	
<p>113) В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=9$, $BC=3$, а её площадь равна 80. Найдите площадь трапеции $BCNM$, где MN — средняя линия трапеции $ABCD$.</p>	
<p>114) В трапеции $ABCD$ известно, что $AD=4$, $BC=1$, а её площадь равна 35. Найдите площадь треугольника ABC</p>	
<p>115) Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 30. Точка E — середина стороны CD. Найдите площадь трапеции $ABED$.</p>	
<p>116) Основания трапеции равны 1 и 13, одна из боковых сторон равна $15\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135°. Найдите площадь трапеции.</p>	
<p>117) Основания трапеции равны 9 и 54, одна из боковых сторон равна 27, а синус угла между ней и одним из оснований равен $4/9$. Найдите площадь трапеции.</p>	
<p>118) Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.</p>	

Параллелограмм

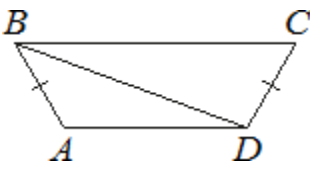
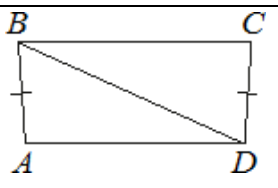

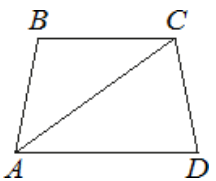
<p>119) Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах</p>	<p>120) Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 33°. Ответ дайте в градусах.</p>
<p>121) В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=104^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>122) Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15°. Ответ дайте в градусах.</p>	<p>123) В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD=21^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.</p>

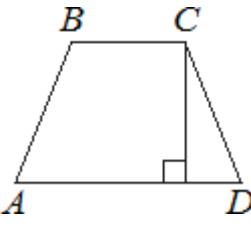
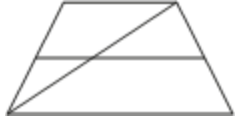
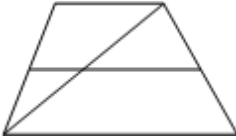
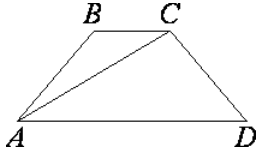
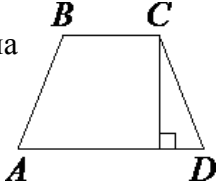
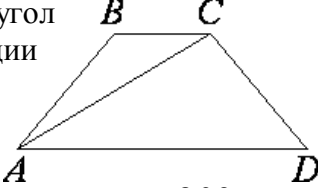
<p>124) Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите AB, если $BC=34$.</p>	<p>125) Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите BC, если $AB=42$.</p>
<p>126) Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50°. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>127) Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 31°. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>128) Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=12$ и $CH=3$. Найдите высоту ромба.</p>	<p>129) Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=15$ и $CH=2$. Найдите высоту ромба.</p>

Прямоугольник

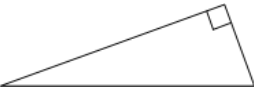
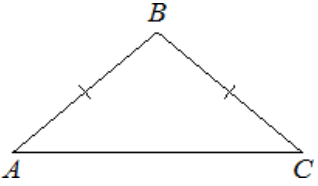
<p>130) Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.</p>
<p>131) Диагональ прямоугольника образует угол 48° с одной из его сторон. Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.</p>
<p>132) На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB=3$ и $AD=7$, отмечена точка E так, что $\angle EAB=45^\circ$. Найдите ED.</p> 

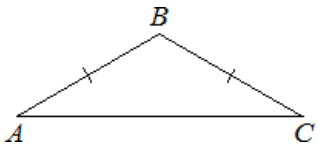
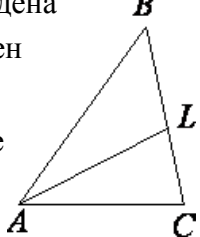
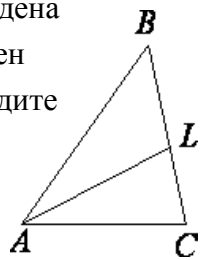
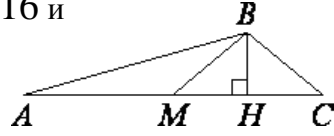
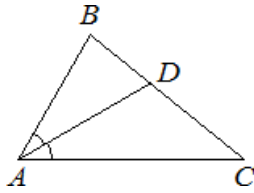
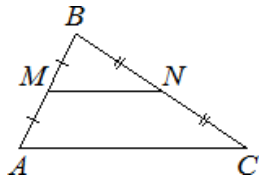
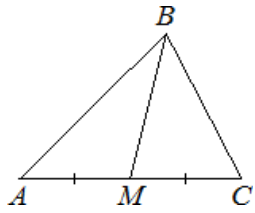
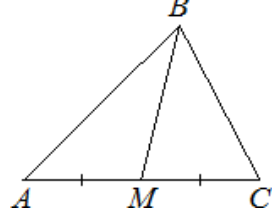
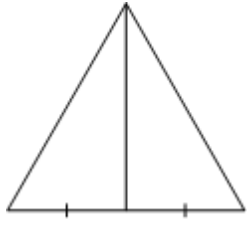
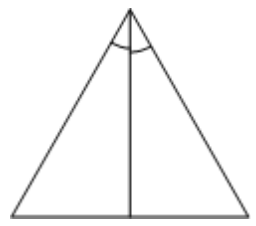
Трапеция

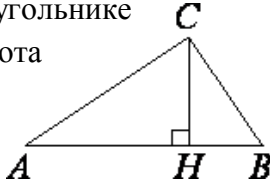
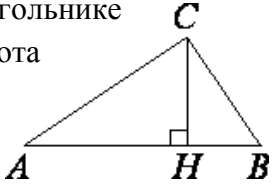
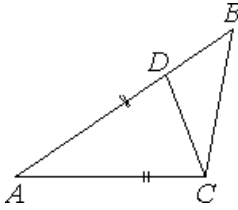
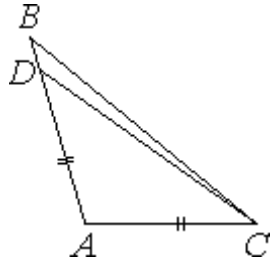
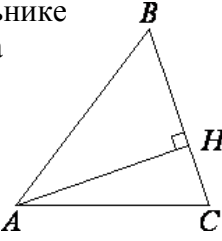
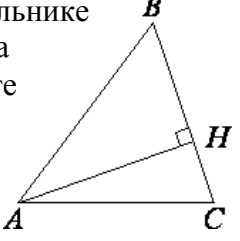
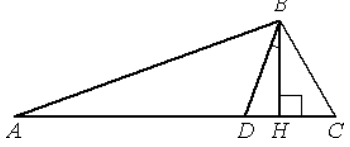
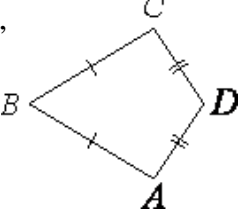
<p>133) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $\angle BDA=14^\circ$ и $\angle BDC=106^\circ$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>134) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $\angle BDA=24^\circ$ и $\angle BDC=70^\circ$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>135) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 352°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>136) Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 33° и 13° соответственно. Ответ дайте в градусах.</p> 

<p>137)Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 8 и 15. Найдите длину основания BC.</p>		<p>138)Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.</p>	
<p>139)Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.</p>		<p>140)Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 22° и 13° соответственно. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>141)Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 63, боковая сторона равна 30. Найдите длину диагонали трапеции.</p>		<p>142)Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 26°. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.</p>	
<p>143)Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $1/4$. Найдите её большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 4.</p>		<p>144)Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 1 и 17. Найдите длину основания BC.</p>	
<p>145)Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 19, а её боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.</p>		<p>146)Основания равнобедренной трапеции равны 11 и 21, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.</p>	
<p>147)Найдите меньший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной CD углы, равные 30° и 105° соответственно. Ответ дайте в градусах</p>			

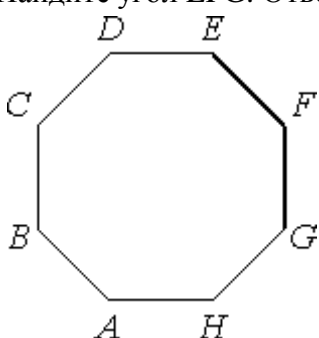
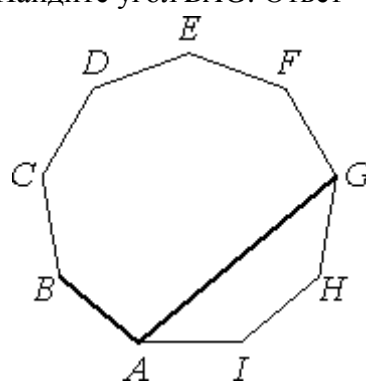
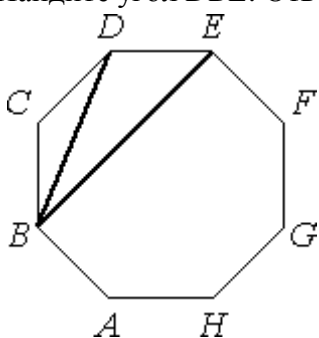
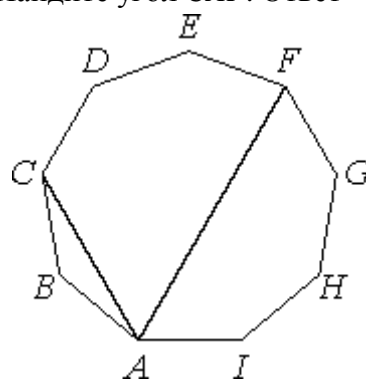
Треугольник

<p>148)Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 23°. Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.</p>		<p>149)В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=108^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.</p>	
--	---	--	---

<p>150) В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=128^\circ$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>151) В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 112°, угол ABC равен 106°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>152) В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 58°, угол ABC равен 54°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>153) В треугольнике ABC известно, что BM — медиана и BH — высота. Известно, что $AC=64$, $HC=16$ и $\angle ACB=37^\circ$. Найдите угол AMB. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>154) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC=62^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>155) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 21, сторона BC равна 22, сторона AC равна 28. Найдите MN.</p> 
<p>156) Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 16. Найдите гипотенузу этого треугольника.</p>	<p>157) Катеты прямоугольного треугольника равны 16 и 30. Найдите гипотенузу этого треугольника.</p>
<p>158) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 16 и 20 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.</p>	<p>159) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 20 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.</p>
<p>160) В треугольнике ABC известно, что $AC=14$, BM — медиана, $BM=10$. Найдите AM.</p> 	<p>161) В треугольнике ABC известно, что $AC=58$, BM — медиана, $BM=37$. Найдите AM.</p> 
<p>162) Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.</p> 	<p>163) Биссектриса равностороннего треугольника равна $13\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.</p> 

<p>164) В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=25$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $4\sqrt{21}$. Найдите $\sin\angle ABC$.</p> 	<p>165) В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=70$, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $7\sqrt{19}$. Найдите $\sin\angle ABC$</p> 
<p>166) Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle CAB=10^\circ$ и $\angle ACB=166^\circ$. Найдите угол DCB. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>167) Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD=AC$. Известно, что $\angle CAB=122^\circ$ и $\angle ACB=47^\circ$. Найдите угол DCB. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>168) Катеты прямоугольного треугольника равны $2\sqrt{91}$ и 6. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.</p>	<p>169) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 15. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.</p>
<p>170) В треугольнике ABC известно, что $AB=BC=37$, $AC=24$. Найдите длину медианы BM</p>	<p>171) Высота равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.</p>
<p>172) В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $19\sqrt{21}$, а сторона AB равна 95. Найдите $\cos B$.</p> 	<p>173) В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $5\sqrt{91}$, а сторона AB равна 50. Найдите $\cos B$</p> 
<p>174) Высота равностороннего треугольника равна $78\sqrt{3}$. Найдите его периметр.</p>	<p>175) Высота равностороннего треугольника равна $53\sqrt{3}$. Найдите его периметр.</p>
<p>176) В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.</p> 	
<p>177) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=77^\circ$, $\angle D=141^\circ$. Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.</p> 	

Правильный многоугольник

<p>178) $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>179) $ABCDEFGHI$ — правильный девятиугольник. Найдите угол BAG. Ответ дайте в градусах.</p> 
<p>180) $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол DBE. Ответ дайте в градусах.</p> 	<p>181) $ABCDEFGHI$ — правильный девятиугольник. Найдите угол CAF. Ответ дайте в градусах.</p> 

Утверждения

Какое из следующих утверждений верно? В ответ запишите номер выбранного утверждения.

1)	Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
2)	Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.
3)	Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

4)	Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.
5)	Центры вписанной и описанной окружностей равнобедренного треугольника совпадают.
6)	Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
7)	Центром описанной окружности треугольника является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.
8)	Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
9)	Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
10)	В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
11)	В любой ромб можно вписать окружность.
12)	В любой прямоугольник можно вписать окружность.
13)	Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
14)	В любой треугольник можно вписать окружность.
15)	Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
16)	Любой квадрат можно вписать в окружность.
17)	Вокруг любого параллелограмма можно описать окружность.
18)	Любой параллелограмм можно вписать в окружность.
19)	Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
20)	Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
21)	Все диаметры окружности равны между собой.
22)	Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
23)	Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.
24)	Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
25)	Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
26)	Для точки, лежащей внутри круга, расстояние до центра круга меньше его радиуса.
27)	Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
28)	Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
29)	Из двух хорд окружности больше та, середина которой находится дальше от центра окружности.
30)	В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.

31)	Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
32)	Если две различные прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
33)	Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
34)	Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.
35)	Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
36)	Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
37)	Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
38)	Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
39)	Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.
40)	Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
41)	Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника.
42)	Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
43)	Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
44)	Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
45)	Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
46)	Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
47)	Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
48)	Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
49)	Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.
50)	Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны.
51)	Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны 90° , то эти две прямые параллельны.
52)	Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны

53)	Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны
54)	Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то эти прямые параллельны
55)	Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны, то эти прямые параллельны.
56)	Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
57)	Все квадраты имеют равные площади.
58)	Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
59)	Существует квадрат, который не является прямоугольником.
60)	Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
61)	Все квадраты имеют равные площади.
62)	Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.
63)	В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
64)	Все углы прямоугольника равны.
65)	Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
66)	Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
67)	У любой трапеции боковые стороны равны.
68)	У любой трапеции основания параллельны.
69)	Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.
70)	Основания любой трапеции параллельны.
71)	В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
72)	Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.
73)	Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
74)	Боковые стороны любой трапеции равны.
75)	Диагонали прямоугольной трапеции равны.
76)	В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
77)	Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
78)	Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
79)	Основания равнобедренной трапеции равны.
80)	Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.
81)	Все углы ромба равны.
82)	Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
83)	Диагонали ромба равны.

84)	Диагонали ромба перпендикулярны.
85)	Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
86)	Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.
87)	Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
88)	Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
89)	Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
90)	Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.
91)	Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.
92)	В параллелограмме есть два равных угла.
93)	Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.
94)	Существует ромб, который не является квадратом.
95)	Ромб не является параллелограммом.
96)	Если в ромбе один из углов равен 90° градусам, то этот ромб является квадратом.
97)	Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
98)	Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.
99)	Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
100)	Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.
101)	Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом
102)	Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.
103)	Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
104)	Все углы прямоугольника равны.
105)	Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
106)	Любой квадрат является прямоугольником.
107)	Все квадраты имеют равные площади.
108)	В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны
109)	Диагонали прямоугольника равны.
110)	Диагонали любого прямоугольника делят его на 4 равных треугольника.

112	Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
113	Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его смежных сторон.
114	Существует параллелограмм, который не является прямоугольником.
115	Не существует прямоугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
116	Существует квадрат, который не является прямоугольником.
117	Квадрат является прямоугольником.
118	Любой квадрат является ромбом.
119	Существует квадрат, который не является ромбом.
120	Существует прямоугольник, который не является параллелограммом.
121	Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.
122	Диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам.
123	Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.
124	Любой квадрат является прямоугольником.
125	Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
126	Вертикальные углы равны.
127	Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.
128	Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.
129	Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.
130	Сумма смежных углов равна 180°
131	Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
132	Смежные углы всегда равны.
133	Треугольник с углами 40° , 70° , 70° — равнобедренный.
134	Если из точки M проведены две касательные к окружности и A и B — точки касания, то отрезки MA и MB равны.
135)	Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
136)	Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
137)	Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
138	Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°
139	Сумма углов тупоугольного треугольника равна 180°
140	Сумма углов любого треугольника равна 180°
141)	Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
142	Сумма углов остроугольного треугольника равна 180°
143)	В остроугольном треугольнике все углы острые.

144)	В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
145	В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.
146)	Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.
147)	В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.
148)	Любые два равносторонних треугольника подобны.
149	У равностороннего треугольника три оси симметрии.
150	Все высоты равностороннего треугольника равны.
151	Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.
152	Всякий равносторонний треугольник является остроугольным.
153	Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным.
154	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.
155	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины угла, противоположного основанию, делит этот угол пополам.
156	У равнобедренного треугольника есть ось симметрии.
157	Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к его основанию, является его высотой.
158	Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.
159	Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
160	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
161	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
162	Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, перпендикулярна основанию.
163	Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части.
164	Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.
165	Площадь круга меньше квадрата длины его диаметра.
166	Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
167	Если две стороны треугольника равны, то равны и противоположные им углы.
168	Если два угла треугольника равны, то равны и противоположные им стороны.
169	Против большей стороны треугольника лежит меньший угол.
170)	Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
171	Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
172	Против равных сторон треугольника лежат равные углы.
173	Против большей стороны треугольника лежит больший угол.

174	Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
175	У равностороннего треугольника есть центр симметрии.
176	На плоскости существует единственная точка, равноудалённая от концов отрезка.
177)	Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
178	Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.
179	Площадь треугольника не превышает произведения двух его сторон.
180	Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный
181	Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку.
182	Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
183)	Тангенс любого острого угла меньше единицы.
184)	Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
185	Все прямоугольные треугольники подобны.
186	Если один из углов треугольника прямой, то треугольник прямоугольный.
187)	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
188)	Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
189)	Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
190)	Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
191)	Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
192)	Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.

Часть 2

Окружность

1. Окружности радиусов 28 и 36 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

2. Окружности радиусов 42 и 84 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

3. Окружности радиусов 18 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

4. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB=24$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.

5. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

Окружность и треугольник

6. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 15 и 24, касаются сторон угла с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

7. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 39 и 42, касаются сторон угла с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

8. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 5:3, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC=16$.

9. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 5:4, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC=6$.

10. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=20$, $AC=40$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

11. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

12. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=30$, $AC=100$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

13. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=8$, $AC=64$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

14. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 18 и 40 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = 5\sqrt{3}$.
15. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD=15$, $MD=12$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .
16. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD=50$, $MD=45$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .
17. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC=20$, $BC=10$ и $CD=8$.
18. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM=10$ и $MB=18$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .
19. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM=17$ и $MB=19$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .
20. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM=3$ и $MB=12$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .
21. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK=11$.
22. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 6,4, а $AB=6$.
23. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK=14$, а сторона AC в 2 раза больше стороны BC .
24. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK=16$, а сторона AC в 1,6 раза больше стороны BC .
25. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP=9$, а сторона BC в 3 раза меньше стороны AB .
26. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 63° и 87° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 11.

27. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 64° и 86° .
Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 13.

Окружность и четырехугольник

28. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD=24$, $BC=12$.

29. Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=9$, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 98° и 142° .

30. Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=8$, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 92° и 148° .

31. Четырехугольник $ABCD$ со сторонами $AB=19$ и $CD=28$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB=60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

32. Четырехугольник $ABCD$ со сторонами $AB=19$ и $CD=22$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB=60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

33. Четырехугольник $ABCD$ со сторонами $AB=39$ и $CD=12$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB=60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.

34. В выпуклом четырехугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырехугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ=96$, $SQ=9$.

35. В выпуклом четырехугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырехугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ=44$, $SQ=22$.

36. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.

37. Известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырехугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

38. Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=9$, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 116° и 94° .

39. Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=19$, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 95° и 115° .

40. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD=12$, $BC=9$.

Трапеция

41. Основания трапеции относятся как 2:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

42. Углы при одном из оснований трапеции равны 44° и 46° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 2. Найдите основания трапеции.

43. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 7, а средняя линия равна 10.

44. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 17 и 9, а средняя линия равна 5.

45. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 25, а основание BC равно 5. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

46. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD=33$, $BC=18$, $CF:DF=2:1$.

47. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD=44$, $BC=24$, $CF:DF=3:1$.

48. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD=24$.

49. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135° , а $CD=29$.

50. В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD . Угол ADC равен 60° , сторона AB равна 4. Найдите площадь трапеции.

51. В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD . Угол ADC равен 60° , сторона AB равна 1. Найдите площадь трапеции.

52. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=13$.

53. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 48 и 24, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=13$.

54. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 36 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB=13$.
55. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P . Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.
56. Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .
57. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .
58. Углы при одном из оснований трапеции равны 18° и 72° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 4. Найдите основания трапеции.
59. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 12 и 13, а основание BC равно 4. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.
60. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 24 и 40, а основание BC равно 4. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.
61. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.
62. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.
63. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
64. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF=16$, $BF=12$.
65. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF=32$, $BF=24$.
66. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 13 и 11, а средняя линия равна 10.
67. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 9, а средняя линия равна 6.
68. Основания трапеции относятся как 1:2. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
69. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD=40$.

70. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD=45$, $BC=20$, $CF:DF=4:1$.
71. Боковая сторона трапеции равна $\sqrt{13}$, а основания равны 3 и 4. Найдите диагональ трапеции.
72. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD диагонали пересекаются в точке O , причем $AO=3OC$. Площадь треугольника $AOD=36$. Найдите площадь трапеции.
73. Большее основание равнобедренной трапеции равно 8, боковая сторона 9, а диагональ 11. Найдите меньшее основание.
74. Высота равнобедренной трапеции равна 12, средняя линия 16. Найдите периметр трапеции, если её диагональ перпендикулярна боковой стороне.
75. Диагональ равнобедренной трапеции равна 5, а площадь равна 12. Найдите высоту трапеции.
76. Высота трапеции равна 5, диагонали трапеции 13 и $\sqrt{41}$. Найдите площадь.

Треугольник

77. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 25:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 17.
78. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 8:5, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 20.
79. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 26:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 7.
80. В прямоугольном треугольнике ABE с прямым углом E проведена биссектриса BT , причем $AT=15$, $TE=12$. Найдите площадь треугольника ABT .
81. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и CE . Найдите длину отрезка DE , если $AC=6$, $AE=2$, $CD=3$
82. В треугольнике ABC , площадь которого S , биссектриса CE и медиана BD пересекаются в точке F . Найдите площадь четырехугольника $ADEF$, если $BC=a$, $AC=b$
83. В треугольнике ABC длина стороны $AB=18$, длина биссектрисы $AE=4\sqrt{15}$, длина отрезка $EC=5$. Определите периметр треугольника ABC
84. В треугольнике KLM проведены биссектриса KP и высота KH . Известно, что $MK:KL=1:2$, $PH:MH=3:2$, а площадь треугольника $KPH=30$. Найдите площадь KLM .

85. Биссектриса угла A треугольника ABC делит медиану, проведенную из вершины B в отношении $5:4$, считая от вершины B . В каком отношении, считая от вершины C , эта биссектриса делит медиану, проведенную из вершины C .
86. В треугольнике ABC проведены медиана AM и высота $АН$. Известно, что $MН:ВН=3:2$, а площадь треугольника $AMH=24$. Найдите площадь треугольника ABC .
87. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 84 . Найдите стороны треугольника ABC .
88. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 4 . Найдите стороны треугольника ABC .
89. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
90. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
91. Точка H является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH=5$, $AC=45$.
92. Площадь равнобедренного треугольника ABC равна 90 , а боковая сторона равна $10\sqrt{3}$. К основанию AB и стороне BC проведены высоты CP и $АН$, пересекающиеся в точке K . Найдите площадь $СКН$.
93. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D так, что $BD:DC=1:2$. Медиана CE пересекает отрезок AD в точке F . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника $AЕF$.
94. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK:KM=4:1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABC .
95. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK:KM=7:2$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади четырехугольника $KPCM$ к площади треугольника ABC .
96. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABC к площади четырехугольника $KPCM$.
97. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади четырехугольника $KPCM$ к площади треугольника AMK .
98. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC втрое больше длины стороны AB . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырехугольника $KPCM$.

99. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC втрое больше длины стороны AB . Найдите отношение площади четырехугольника $KPCM$ к площади треугольника ABC .

100. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 32. Найдите стороны треугольника ABC .

101. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC относится к длине стороны AB как 5:7. Найдите отношение площади четырехугольника $KPCM$ к площади треугольника ABC .

102. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC относится к длине стороны AB как 7:9. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади четырехугольника $KPCM$.

103. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH=4$, $AC=16$.

104. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

105. Катеты прямоугольного треугольника равны 10 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

106. Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 72. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

107. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 15 и 39. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

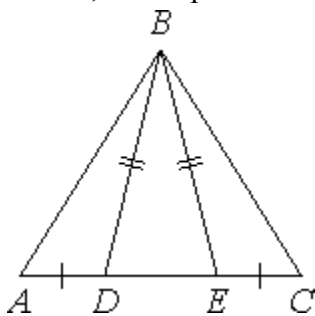
108. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=12$, $DC=48$, $AC=35$.

109. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=11$, $DC=22$, $AC=27$.

110. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN=14$, $AC=21$, $NC=10$.

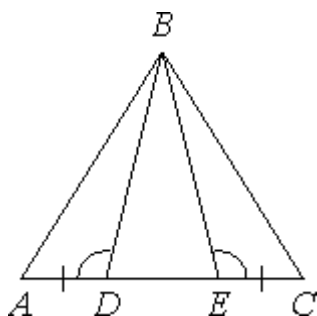
111. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN=17$, $AC=51$, $NC=32$.

112. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC —



равнобедренный.

113. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что углы ADB и BEC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



114. Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $2\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$ и 2 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если $\angle KAC > 90^\circ$.

115. Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны 25, $\sqrt{10}$ и 2 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если $\angle KAC > 90^\circ$.

Параллелограмм

116. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 13.

117. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 26.

118. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 17, а одна из диагоналей ромба равна 68. Найдите углы ромба.

119. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=16$ и $CH=4$. Найдите высоту ромба.

120. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC=9$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 3.

121. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC=16$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 2.

122. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC=2$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 1.

123. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC=6$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 6.

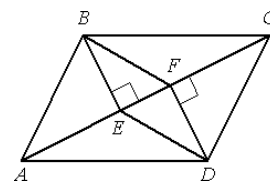
124. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC=4$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

125. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK=12$, $CK=16$.

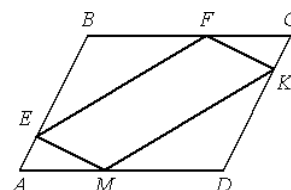
126. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AOB .

127. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны CD . Известно, что $EA=EB$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

128. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что отрезки BF и DE равны.



129. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что треугольники BEF и DFE равны.



130. В параллелограмме $ABCD$ точки E , F , K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK$, $CF = AM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.

131. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.

132. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 9 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

133. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 14 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

134. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 6 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

135. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка M — середина стороны AD . Докажите, что CM — биссектриса угла BCD .

136. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

137. Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

138. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 13, а одна из диагоналей ромба равна 52. Найдите углы ромба.

139. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=11$, $DC=55$, $AC=30$.

140. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 10 и 7. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

141. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 10 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

2.3. Трапеция, четырехугольник

1. Сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180° .
2. Биссектриса угла трапеции, пересекающая второе основание, отсекает от трапеции равнобедренный треугольник.
3. Средняя линия трапеции делит любой отрезок с концами, лежащими на прямых, содержащих основания, пополам.
4. Диагонали трапеции разбивают ее на четыре треугольника, причем треугольники, прилежащие к основаниям, подобны друг другу, а треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики, т.е. имеют равные площади (Рис. 25).

$$\triangle AOD \sim \triangle BOC \text{ и } S_{\triangle AOB} = S_{\triangle DOC}$$

5. В любой трапеции следующие четыре точки лежат на одной прямой: середины оснований, точка пересечения диагоналей, точка пересечения продолжений боковых сторон.
6. Отрезок, параллельный основаниям трапеции, проходящий через точку пересечения диагоналей и соединяющий две точки на боковых сторонах, делится точкой пересечения диагоналей пополам (Рис. 26).
7. Его длина есть среднее гармоническое оснований трапеции:

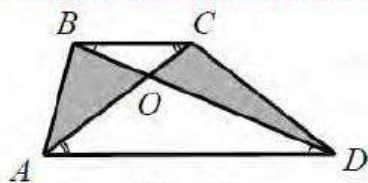


Рис. 25

$$MN = \frac{2ab}{a+b}$$

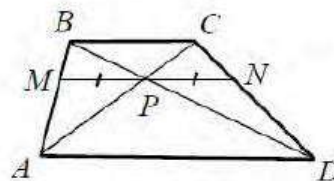


Рис. 26

8. Если в трапецию вписана окружность, то отрезки, соединяющие центр окружности с концами боковой стороны трапеции, перпендикулярны.
9. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на большее основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований (средней линии).

Опорные задачи

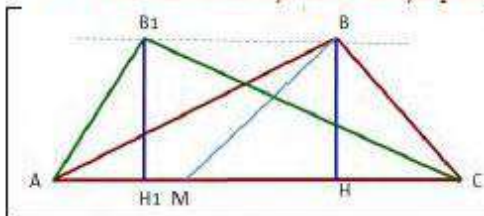
- Доказать, что угол между биссектрисами смежных углов прямой.
- Доказать, что угол между биссектрисами углов, прилежащих одной стороне параллелограмма прямой.
- Доказать, что угол между биссектрисами углов, прилежащих боковой стороне трапеции прямой.
- Доказать, что каждая точка биссектрисы неразвернутого угла, равноудалена от его сторон (свойство биссектрисы).

3.1. Отношение отрезков и площадей в треугольнике

- Прямая, параллельная стороне треугольника, отсекает от него треугольник, подобный данному.
- Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.
- Три медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.
- Параллельные прямые отсекают на сторонах угла (на двух прямых) пропорциональные отрезки (обобщенная теорема Фалеса).
- Отношение площадей треугольников, имеющих общий угол, равно отношению произведения сторон этого угла.
- Если у двух треугольников равны высоты, то их площади относятся как основания.
- Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
- Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

Опорные задачи:

- Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.
- Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла на гипотенузу, есть среднее пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой.
- Площади треугольников имеющих равные основания и равные высоты равны;
- Отношение площадей имеющих равные высоты равно отношению их оснований.



Доказательство.

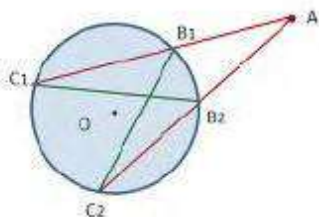
$$\frac{S_{\triangle AB_1M}}{S_{\triangle MB_1C}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot BH}{\frac{1}{2}MC \cdot BH} = \frac{AC}{MC}$$

Аналогично $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle MBC}} = \frac{\frac{1}{2}AM \cdot BH}{\frac{1}{2}MC \cdot BH} = \frac{AM}{MC}$

4.1. Окружность.

- Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается;
- Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, равен половине дуги, заключенной между ними.
- Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.
- Отрезки касательных прямых к окружности равны.
- Пусть через точку A проведена касательная AB к окружности (B – точка касания) и секущая, пересекающая окружность в двух точках P и Q . Тогда $AB^2 = AP \cdot AQ$.
- Пусть через точку A проведены секущие к окружности, пересекающие её в точках первая B_1 и C_1 , а другая – B_2 и C_2 . Тогда $AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$.

ОПОРНАЯ ЗАДАЧА № 1



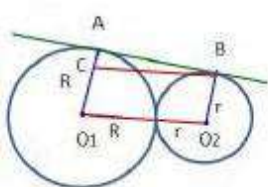
Доказательство:
 $\triangle AC_1B_2 \sim \triangle AC_2B_1$ по двум углам: $\angle AC_1B_2 = \angle AC_2B_1$ как углы, опирающиеся на дугу B_1B_2 . $\angle C_1B_1C_2 = \angle C_1B_2C_1$ как углы, опирающиеся на дугу C_1C_2 , а следовательно равны углы, дополняющие их до 180° , т.е. $\angle AB_2C_1 = \angle AB_1C_2$.

$$\text{Тогда } \frac{AC_1}{AC_2} = \frac{AB_2}{AB_1} \text{ или } AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2.$$

Взаимное расположение окружностей:

- При любом способе касания точка касания и центры окружностей лежат на одной прямой.
- При внешнем касании центры окружностей расположены на линии центров по разные стороны от точки касания, при внутреннем – по одну сторону.
- Расстояние между центрами касающихся окружностей радиусов R и r ($R \geq r$) равно $R + r$ при внешнем касании и $R - r$ при внутреннем.

ОПОРНАЯ ЗАДАЧА № 2



Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен $2\sqrt{R \cdot r}$.

Доказательство:

Отрезок $CB = O_1O_2 = R + r$, Отрезок $AC = R - r$, тогда
 $AB = \sqrt{CB^2 - AC^2} = \sqrt{(R + r)^2 - (R - r)^2} = \sqrt{4R \cdot r} = 2\sqrt{R \cdot r}$.
 $AB = 2\sqrt{R \cdot r}$.

Окружность, касательные, секущие и хорды:

- Радиус (диаметр), перпендикулярный хорде, делит хорду пополам.
- Пересекающиеся окружности в точках A и B имеют общую хорду AB .
- Общая хорда двух пересекающихся окружностей, перпендикулярна линии центров и делится ею пополам